

Zadaci za pripremu prijemnog ispita iz MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz $\frac{x}{x-1} - \frac{3x-1}{x-2} + \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$.
2. Izvršiti naznačene operacije i uprostiti izraz $\frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{a^2}{ab-b^2} + \frac{b^2}{a^2-ab}$.
3. Uprostiti izraz $\frac{a^2-a-6}{a^2-4} - \frac{a-1}{2-a} - 2$.
4. Uprostiti izraz $\left(\left(\frac{x^2}{y^2} \right) + \left(\frac{y}{x} \right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \right) : \frac{(x-y)^2 + 4xy}{1 + \frac{y}{x}}$.
5. Uprostiti izraz $\frac{a^2+a-2}{a^{n+1}-3a^n} \cdot \left(\frac{(a+2)^2-a^2}{4a^2-4} - \frac{3}{a^2-a} \right)$.
6. Uprostiti izraz $\left(\frac{x}{x^2+xy} - \frac{2}{x+y} + \frac{y}{x^2+xy} \right) : \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x} \right)$.
7. Uprosti izraz $\left(\frac{3x}{x+y} + \frac{x}{x-y} - \frac{2xy}{3} \right) : \frac{4xy}{x^2-y^2}$.
8. Uprostiti izraz $\frac{x^4-1}{a^3+a} \cdot \frac{a}{x^3+x^2+x+1} \cdot \frac{2a^2+2}{x^2-2x+1}$.
9. Uprostiti izraz $\left(\frac{3a^2}{4b^3} \right)^{-3} : \left(\frac{9a^{-2}b}{4} \right)^{-1} \cdot \frac{b^7}{12a^{-11}}$.
10. Uprostiti izraz $\frac{((-12)^{-8})^2 \cdot 75^{-4} \cdot (-4)^{-9}}{(25)^{-2} \cdot 18^6 \cdot 10^8}$.
11. Jednakostranični trougao površine $36\sqrt{3}cm^2$, upisan je u krug. Kolika je površina tog kruga?
12. Ako se stranice jednog kvadrata povećaju za $2cm$, tada se njegova površina poveća za $24cm^2$. Kolika je stranica tog kvadrata?
13. Naći površinu i zapreminu pravilne prave četverostrane zarubljene piramide čije su osnovne ivice $10cm$ i $4cm$, a visina $\sqrt{7}cm$.
14. Pravilni šestougao stranice a rotira oko duže dijagonale. Izračunati površinu i zapreminu nastalog obrtnog tela.
15. U krugu čiji je prečnik $AB = 25dm$, data je tetiva $AC = 20dm$. Izračunati površinu koja nastaje rotacijom AC oko AB .

16. Odrediti strane jednakokrakog trougla čija je visina 8cm , a obim 32cm .
17. Izračunati površinu i zapreminu prave zarubljene kupe ako je visina $H = 4\text{cm}$, izvodnica $s = 5\text{cm}$ i omotač $M = 85\pi\text{cm}^2$.
18. Izračunati zapreminu lopte opisane oko pravilne šestostrane zarubljene piramide čije su osnovne ivice 6cm i 3cm , a bočna ivica 5cm .
19. Osnovica prizme je paralelogram čije su stranice 9cm i 10cm , a dijagonala 17cm . Izračunati zapreminu prizme ako njena površina iznosi 334cm^2 .
20. Visina trapeza je h , a osnovice su mu a i b . Izračunati površinu trougla koji se dobija produženjem krakova tog trapeza.
21. Izračunati zapreminu piramide čija je osnova pravougaonik sa dimenzijama 6cm i 15cm , i ako je njen omotač površine 126cm^2 .
22. Odrediti stranicu romba ako je odnos njegovih dijagonala $m : n$ i površina P .
23. Visina zarubljene piramide je 15cm , njena zapremina 475cm^3 , a odnos površina njenih osnova je $4 : 9$. Izračunati površine tih osnova.
24. Izračunati površinu trapeza čije su osnovice 6cm i 20cm , a kraci su 13cm i 15cm .
25. Odrediti površinu i zapreminu pravilne petostrane piramide čija je bočna ivica $b = 5\text{cm}$, a ugao nagiba bočne ivice prema osnovi iznosi $\frac{\pi}{6}$.
26. Izračunati površinu romba čija je jedna dijagonala 12cm i stranica 10cm .
27. Osnova piramide je romb stranice 15cm . Bočne strane su nagnute prema osnovi pod uglom od $\frac{\pi}{4}$. Izračunati zapreminu piramide ako je površina omotača 4dm^2 .
28. Odrediti stranice i uglove pravouglog trougla, ako je njegov obim 24cm , a poluprečnik upisane kružnice 2cm .
29. Napisati jednačinu prave koja prolazi kroz presek pravih $4x - 3y - 8 = 0$ i $x + 2y - 13 = 0$, i normalna je na pravoj $3x + y - 8 = 0$.
30. Napisati jednačinu tangente konstruisane iz tačke $A(0,2)$ na elipsu $2x^2 + 3y^2 = 6$.
31. Temena jednog četvorougla su $A(3,4)$, $B(2,0)$, $C(-2,-1)$ i $D(-2,2)$. Odrediti presek njegovih dijagonala.
32. Napisati jednačinu hiperbole kojoj pripadaju tačke $M(8\frac{1}{3}, 4)$ i $N(13, 7\frac{1}{3})$.
33. Napisati jednačinu prave kroz tačku $A(2, -3)$ koja sa osom Ox gradi dva puta veći ugao od ugla koji sa osom Oy zaklapa prava $2y - x = 3$.

34. Ispitati položaj prave $2x - y - 3 = 0$ i kružnice $x^2 - 3x + 2y - 3 = 0$.
35. U elipsu $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ je upisan pravougaonik tako da njegove dve paralelne stranice prolaze kroz žiže elipse. Odrediti koordinate temena pravougaonika.
36. Date su koordinate dva temena trougla $A(-6, 2), B(2, -2)$ i ortocentar $H(1, 2)$. Odrediti koordinate trećeg temena.
37. Napisati jednačinu elipse čije su tangente $x + y - 5 = 0$ i $x - 4y - 10 = 0$.
38. Dva temena paralelograma su $A(3, 5)$ i $B(-3, 1)$, a presek dijagonala je $S(2, 1)$. Odrediti ostala temena tog paralelograma.
39. Napisati jednačinu zajedničkih tangenti krivih $3x^2 - 4y^2 = 12$ i $2x^2 + 2y^2 = 1$.
40. Napisati jednačinu kružnice čiji je centar u tački $C(-4, 2)$ i koja dodiruje pravu $3x + 4y - 16 = 0$.
41. Ispitati međusobni položaj dve kružnice, $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ i $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$.
42. Pod kojim uglom se seku krive $x^2 + y^2 = 16$ i $x^2 + y^2 - 10x = 0$.
43. Temena trougla su $A(1, 2), B(-1, 1), C(-2, 3)$. Kako glase jednačine pravih koje sadrže visine tog trougla?
44. Središte kružnice koja dodiruje obe koordinatne ose, pripada pravoj $3x - 5y + 15 = 0$. Kako glasi jednačina te kružnice?
45. Ako su tačke $A(1, 2)$ i $B(6, 4\frac{1}{5})$ krajevi duži, odrediti koordinate tačaka A_1, A_2, A_3 i A_4 koje dele tu duž na pet jednakih delova.
46. Odrediti jednačinu tangente krive $x^2 - 9y^2 = 9$, ako je odnos njenih odsečaka na koordinatnim osama $3 : 7$.
47. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x - y + 3z &= 20 \\x - 2y + 2z &= 7 \\3x + 2y - z &= 1.\end{aligned}$$

48. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}x + y &= 30 \\y + z &= 0 \\z + u &= -3 \\x - u &= 2.\end{aligned}$$

49. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + 4y + z &= 1 \\3x - y + 2z &= 6 \\5x + 3y - z &= -1.\end{aligned}$$

50. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + 4y + z &= 1 \\3x - y + 2z &= 6 \\5x + 3y - z &= -1.\end{aligned}$$

51. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}14x + 2y - 6z &= 9 \\-4x + y + 9z &= 3 \\6x - 4y + 3z &= -4.\end{aligned}$$

52. Rešiti i diskutovati sistem jednačina,

$$\begin{aligned}a^2x - y &= a - b \\b^3x + ay &= b^2.\end{aligned}$$

53. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}x + y + z &= 3a \\x - 2y + z &= a + 2b \\x + y - z &= a.\end{aligned}$$

54. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}3x - 2y + 5z &= 8 \\6x + 4y + z &= 2 \\-3x - 2y + 3z &= 6.\end{aligned}$$

55. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + y + 2z &= 2 \\3x - 6y - 4z &= 2 \\x + 5y + 4z &= 1.\end{aligned}$$

56. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x - 2y + z &= 3a - b \\x + 2y - z &= 4b \\2x + y + 3z &= 5a.\end{aligned}$$

57. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + y + 2z &= a \\3x - y - 3z &= 2a \\x + 3y + z &= 3a.\end{aligned}$$

58. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}2x + y - z &= 2a + 2b \\x + y + z &= a - 2b \\3x + 2y - 5z &= 7b.\end{aligned}$$

59. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}12x^2 + 5y^2 &= 345 \\3x^2 + 7y^2 &= 138.\end{aligned}$$

60. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}ax + y &= 1 \\8x + ay &= 2.\end{aligned}$$

61. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}mx + ny &= m^2 + n^2 \\mx - ny &= m^2 - n^2.\end{aligned}$$

62. Rešiti sistem jednačina,

$$\begin{aligned}3x + y + z &= 2 \\x - 2y + 3z &= -3 \\x + y + z &= 6.\end{aligned}$$

63. Rešiti sistem nejednačina,

$$\begin{aligned}2(2x + 1) &> 3 - \frac{1+x}{5} \\ \frac{x-3}{9} &> 1 + \frac{2x-7}{2}.\end{aligned}$$

64. Rešiti i diskutovati sistem jednačina,

$$\begin{aligned}a^2x + y &= 1 \\8x + ay &= 2.\end{aligned}$$

65. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $\sin 2x - \cos x = 0$.
66. Odrediti x iz jednačine $\log x = 5 \log a + 2 \log b - 4 \log c - 2 \log d$.
67. Dokazati identitet $(1 + \operatorname{tg} x)^2 + (1 - \operatorname{tg} x)^2 = \frac{2}{\cos^2 x}$.
68. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 2$.
69. Rešiti jednačinu $\operatorname{tg}^2 x + 13 \operatorname{ctg}^2 x - 14 = 0$.
70. Rešiti jednačinu $3 \operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{ctg}^2 x - 9 = 1$.
71. Rešiti jednačinu $8^{\log 100x} - 8^{\log 10x} + 8^{\log x} = 456$.
72. Rešiti jednačinu $2a \sin^2 x + 2b \cos^2 x = (b + a) \sin 2x + (b - a) \cos 2x$.
73. Rešiti jednačinu $5 \cos 2x + 3 \sin^2 x = 3 \cos^2 x$.
74. Dokazati identitet $\frac{\operatorname{tg}^2(45^\circ + x) - 1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + x) + 1} = \sin 2x$.
75. Rešiti jednačinu $6 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 2$.
76. Odrediti x , ako je $\log x = \frac{3}{5} \log(a + b) - \frac{4}{7} \log(a - b)$.
77. Dokazati identitet $\frac{2 \sin x \cos x - \sin(x - y)}{\cos(x - y) - 2 \sin x \sin y} = \operatorname{tg}(x + y)$.
78. Rešiti jednačinu $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$.
79. Rešiti nejednačinu $\log_2(x^2 - 3x + 4) < 1$.
80. Rešiti jednačinu $\cos 2x - \sqrt{2} \sin x + \sin 2x = 0$.
81. Rešiti jednačinu $\log 5x - \log 16 = \log(21x - 8) - 1$.
82. Rešiti jednačinu $\frac{2x}{x + b} - \frac{x}{b - x} = \frac{b^2}{4(x^2 - b^2)}$.
83. Rešiti jednačinu $\frac{\log(35 - x^3)}{\log(5 - x)} = 3$.
84. Rešiti jednačinu $2 \sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x - 1 = 0$.
85. Rešiti jednačinu $\frac{x + 3}{x - 3} - \frac{x + 1}{x - 1} = 3\frac{1}{3}$.
86. Rešiti jednačinu $\log_2(x + 14) + \log_2(x + 2) = 6$.
87. Rešiti jednačinu $\frac{2y + a}{y} - \frac{2y}{y + a} = 2$.

88. Rešiti jednačinu $2 \sin x \cdot \cos x + \cos x + 2 \sin x + 1 = 0$.
89. U jednačini $3x^2 - 8x + q = 0$ odrediti parametar q tako da jedno njeno rešenje bude tri puta veće od drugog.
90. Rešiti jednačinu $\log_4(2x - 3) - 2 = 0$.
91. Logaritmovati izraz $a^3 \cdot \sqrt[6]{a^3 \cdot b^5}$.
92. Izračunati zbir prvih 12 članova niza $2, -4, 8, -16, \dots$.
93. Odrediti četiri broja koja obrazuju geometrijsku progresiju, u kojoj je zbir krajnjih članova 56, a proizvod srednjih članova 108.
94. Za funkcije $y = x^2 - mx + m - 1$ i $y = x^2 - 2x + m$, odrediti m tako da njihove ekstremne vrednosti budu jednake.
95. Odrediti aritmetičku progresiju čiji je zbir tri uzastopna člana jednak 18, a zbir kvadrata ta tri člana 126.
96. U funkciji $y = (m + 2)x^2 + (1 + m)x + m$, odrediti parametar m tako da funkcija ima maksimalnu vrednost za $x = 2$.
97. Zbir tri broja koji čine geometrijsku progresiju iznosi 21, a zbir njihovih recipročnih vrednosti je $\frac{7}{12}$. Koji su to brojevi?
98. Odrediti modul kompleksnog broja $z = \frac{(2 + i)^2}{2 + 4i}$.
99. Izračunati $y = z^2 + 2z - 3$ za $z = 2 \pm i$.
100. Odrediti p i q u funkciji $y = x^2 + px + q$, tako da za $x = 2$ funkcija ima minimum -1 .